

### فصل ۳

## روابط بهره و کاربردهای آن

#### ۳-۱- مقدمه

نرخ بهره، ارزش اجاره پول است. نرخ بهره بیانگر رشد سرمایه در هر دوره می‌باشد. این دوره ممکن است یک‌ماه، یک فصل، شش ماه یا یک سال باشد. نرخ بهره مرکب ۱۵ درصد بیانگر آن است که هر ۱۰۰ روپیه‌ای که در اکنون سرمایه‌گذاری می‌شود مقدار ۱۵ روپیه در انتهای سال اول به حساب افزوده می‌شود. بنابراین، کل مقدار پول در انتهای سال اول برابر ۱۱۵ روپیه خواهد بود. در انتهای سال دوم، مجدداً ۱۵ درصد به ۱۱۵ روپیه (یعنی ۱۷/۲۵ روپیه) اضافه خواهد شد. از اینرو، مقدار کل پول در انتهای سال دوم ۱۳۲/۲۵ روپیه خواهد بود. فرایند تا سال خاصی که مدنظر است ادامه می‌یابد.

#### ۳-۲- ارزش زمانی پول

اگر یک سرمایه‌گذار مجموع ۱۰۰ روپیه را در سپرده ثابت برای ۵ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد سرمایه‌گذاری کند، مقدار تجمعی در انتهای هر سال بصورت جدول (۳-۱) نشان داده شده است.

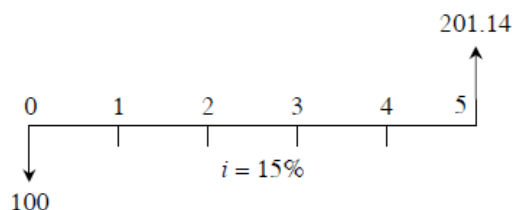
جدول (۳-۱). مقدار مرکب (مقدار سپرده=۱۰۰ روپیه)		
انتهای سال	بهره (روپیه)	مقدار مرکب (روپیه)
۰		۱۰۰/۰۰
۱	۱۵/۰۰	۱۱۵/۰۰
۲	۱۷/۲۵	۱۳۲/۲۵
۳	۱۹/۸۴	۱۵۲/۰۹
۴	۲۲/۸۱	۱۷۴/۹۰
۵	۲۶/۲۴	۲۰۱/۱۴

رابطه‌ای که ارزش آتی در ستون سوم بدست می‌آورد بصورت زیر است

$$F = P \times (1+i)^n$$

که در آن،  $P$  مقدار سرمایه‌گذاری شده در زمان صفر،  $F$  مقدار آتی،  $i$  نرخ بهره مرکب سالانه و  $n$  دور سپرده‌گذاری است.

مقدار سررسید در انتهای سال پنجم برابر ۲۰۱/۱۴ روپیه است. یعنی مقدار ۲۰۱/۱۴ روپیه در انتهای سال پنجم معادل ۱۰۰ روپیه در زمان صفر (یعنی حال) است. این مسئله بصورت نموداری در شکل (۱-۳) نشان داده شده است. در این شکل فرض شده که در تورم صفر درصد است.



شکل (۱-۳) ارزش زمانی پول

مفهوم بالا ممکن است بصورت دیگر مورد بحث قرار گیرد. اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال  $n$  داشته باشیم، مقداری که اکنون بایستی در نرخ بهره ۱۵ درصد سپرده‌گذاری کنیم، چقدر می‌باشد؟ جزئیات این عمل در شکل جدول (۲-۳) نشان داده شده است.

جدول (۲-۳). مقدار ارزش حال (نرخ بهره=۱۵ درصد)

انتهای سال ( $n$ )	ارزش حال	مقدار مرکب پس از $n$ سال
۰		۱۰۰
۱	۸۶/۹۶	۱۰۰
۲	۷۵/۶۱	۱۰۰
۳	۶۵/۷۵	۱۰۰
۴	۵۷/۱۸	۱۰۰
۵	۴۹/۷۲	۱۰۰
۶	۴۳/۲۹	۱۰۰
۷	۳۷/۵۹	۱۰۰
۸	۳۲/۶۹	۱۰۰
۹	۲۸/۴۳	۱۰۰
۱۰	۲۴/۷۲	۱۰۰

رابطه‌ای که ارزش حال در ستون دوم بدست می‌آید بصورت زیر می‌باشد

$$P = \frac{F}{(1+i)^n}$$

بر اساس جدول (۳-۲)، واضح است که اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال پنجم داشته باشیم، بایستی اکنون مقدار ۴۹/۷۲ روپیه سپرده‌گذاری کنیم. بطور مشابه، اگر بخواهیم ۱۰۰ روپیه در انتهای سال دهم داشته باشیم، بایستی اکنون مقدار ۲۴/۷۲ روپیه سپرده‌گذاری کنیم. همچنین این مفهوم می‌تواند بصورت زیر بیان شود:

فردی یک جایزه از یک شرکت مالی در طول مسابقات جشنواره‌ای اخیر دریافت کرده است. اما این جایزه یکی از دو صورت زیر است:

۱. پرداخت نقدی (فوری) ۲۴/۷۲ روپیه یا
۲. ۱۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال (بر اساس نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد)

اگر برنده جایزه انتخاب بهتری نداشته باشد که بیش از اساس نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بدست آورد و اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد نرخ بهره معمول پرداخت‌شده در تمام شرکت‌های مالی باشد، فرقی بین اینکه ۲۴/۷۲ روپیه را دریافت کند یا ۱۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال، وجود ندارد.

از طرف دیگر، فرض کنید که برنده جایزه تجارت خودش را دارد که در آن می‌تواند نرخ بهره مرکب سالانه ۲۴ درصد (بیش از ۱۵ درصد) بدست آورد، بهتر است جایزه پولی ۲۴/۷۲ روپیه را اکنون دریافت کند و آن را در تجارت خودش مصرف نماید. اگر این گزینه ادامه یابد، مقدار معادل ۲۴/۷۲ روپیه در انتهای سال دهم ۲۱۲/۴۵ روپیه خواهد بود. این مثال بطور واضح ارزش زمانی پول را نشان می‌دهد.

### ۳-۳- روابط بهره

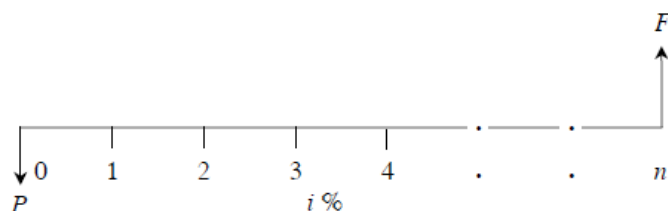
وقتی تصمیم گرفته می‌شود سرمایه‌گذاری صورت گیرد، شرکت‌ها آن را از طرق مختلفی انجام می‌دهند. برای ساده‌سازی تمامی محاسبات، مهم است که بدانیم چگونه روابط بهره بطور مؤثرتری بکار می‌روند. پیش از بحث در مورد کاربرد مؤثر روابط بهره در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، روابط بهره مختلف ارائه می‌شود. نرخ بهره می‌تواند به «نرخ بهره ساده» و «نرخ بهره مرکب» طبقه‌بندی شود.

در بهره ساده، بهره بر اساس سپرده اولیه برای هر دوره محاسبه می‌شود. در این حالت، محاسبه بهره بر بهره عملی نیست. در بهره مرکب، بهره برای دوره جاری بر اساس مقدار در شروع دوره جاری (اصل به علاوه بهره در انتهای دوره قبلی) محاسبه می‌شود.

نشانه‌هایی که در رابطه بهره مختلف استفاده می‌شود شامل  $P$  مقدار اصل،  $n$  تعداد دوره‌های بهره،  $i$  نرخ بهره (ممکن است بصورت مرکب ماهانه، فصلی، شش‌ماه یا سالانه باشد)،  $F$  مقدار آتی در انتهای سال  $n$ ،  $A$  مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره و  $G$  مقدار یکنواختی که پس از دوره از مقدار سپرده  $A$  در انتهای دوره ۱ اضافه یا کسر می‌شود.

### ۳-۱-۳- مقدار مرکب پرداخت تکی

در اینجا، هدف یافتن مجموع آتی تکی ( $F$ ) پرداخت اولیه ( $P$ ) در زمان صفر پس از  $n$  دوره در نرخ بهره  $i$  مرکب‌شده در هر دوره است. نمودار جریان نقدی این وضعیت در شکل (۳-۲) نشان داده شده است.



شکل (۳-۲). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب پرداخت تکی

رابطه بدست آوردن مقدار مرکب پرداخت تکی بصورت زیر است.

$$F = P(1+i)^n = P(F/P, i, n)$$

که در آن،  $(F/P, i, n)$  عامل مقدار مرکب پرداخت تکی خوانده می‌شود.

**مثال ۳-۱-۳-** فردی ۲۰۰۰۰ روپیه در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد برای ۱۰ سال سپرده‌گذاری می‌کند. ارزش سررسید پس از ۱۰ سال را بیابید.

**حل**

$$P = ۲۰۰۰۰ \text{ روپیه}$$

$$i = ۱۸ \text{ درصد}$$

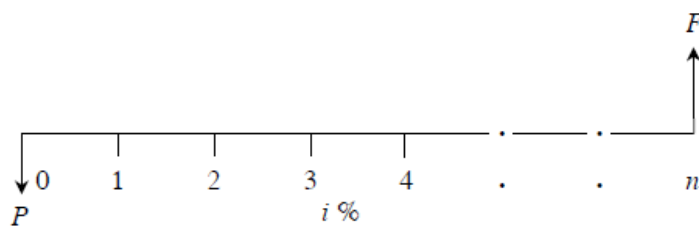
$$n = ۱۰ \text{ سال}$$

$$\begin{aligned} F &= P(1+i)^n = P(F/P, i, n) \\ &= 2000 \cdot (F/P, i, n) \\ &= 2000 \times 5/234 = 104680 \text{ روپيه} \end{aligned}$$

ارزش سررسید ۲۰۰۰ روپيه سرمايه‌گذاري اکنون در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد برابر ۱۰۴۶۸۰ روپيه پس از ۱۰ سال خواهد بود.

### ۳-۳-۲- مقدار ارزش حال پرداختی تکی

در اینجا، هدف یافتن مقدار ارزش حال ( $P$ ) مجموع آتی تکی ( $F$ ) که پس از  $n$  دوره در نرخ بهره مرکب  $i$  در انتهای هر دوره، بدست می‌آید، می‌باشد. نمودار جریان نقدي این وضعیت در شکل (۳-۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۳). نمودار مقدار پرداخت ارزش حال تکی

رابطه بدست آوردن ارزش حال بصورت زیر است.

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F(P/F, i, n)$$

که در آن،  $(P/F, i, n)$  عامل ارزش حال پرداخت تکی خوانده می‌شود.

**مثال ۳-۲-** فردی می‌خواهد ارزش آتی ۱۰۰۰۰۰ روپيه برای آموزش پسرش پس از ۱۰ سال را داشته باشد. پرداخت تکی‌ای که بایستی اکنون سپرده‌گذاری کند تا به مقدار مطلوبش پس از ۱۰ سال برسد چه میزان است؟ بانک نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را می‌دهد.

**حل**

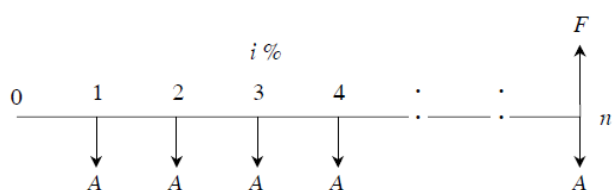
$$\begin{aligned} F &= 100000 \text{ روپيه} \\ i &= 15 \text{ درصد} \\ n &= 10 \text{ سال} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= F/(1+i)^n = F(P/F, i, n) \\
 &= 10000 \cdot (P/F, 15\%, 10) \\
 &= 10000 \times 0.2472 = 24720 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

فرد بایستی ۲۴۷۲۰ روپيه را اکنون سرمایه‌گذاری کند تا مجموع ۱۰۰۰۰۰ روپيه را پس از ۱۰ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد داشته باشد.

### ۳-۳-۳- مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

در این نوع سرمایه‌گذاری، هدف یافتن ارزش آتی  $n$  پرداخت مساوی است که در انتهای هر دوره تا انتهای دوره  $h$ ام در نرخ بهره مرکب  $i$  در هر دوره می‌باشد، ایجاد شده است. نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۴) نشان داده شده است.



شکل (۳-۴). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

در شکل (۳-۴)،  $A$  مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره،  $n$  تعداد دوره‌های بهره،  $i$  نرخ بهره و  $F$  مقدار آتی تکی است. رابطه  $F$  بصورت زیر می‌باشد:

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i} = A(F/A, i, n)$$

که در آن،  $(F/A, i, n)$  عامل مقدار مرکب سری پرداخت مساوی است.

**مثال ۳-۳-۳-** فردی که اکنون ۳۵ سالش است برای دوره بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. وی برنامه‌ریزی برای سرمایه‌گذاری معادل مجموع ۱۰۰۰۰ روپيه در انتهای هر سال را برای ۲۵ سال آینده دارد. بانک نرخ بهره مرکب سالانه ۲۰ درصد را می‌دهند. ارزش سررسید این مقدار وقتی فرد ۶۰ سالش می‌شود را بیابید.

**حل**

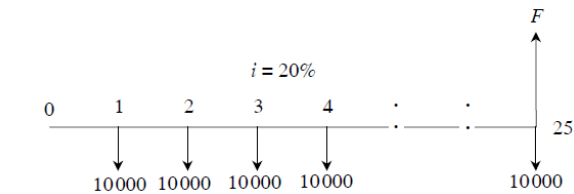
$$A = 10000 \text{ روپيه}$$

$n = 25$  سال

$i = 20\%$  درصد

$F = ?$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۵) نشان داده شده است.



شکل (۳-۵). نمودار جریان نقدی مقدار مرکب سری پرداخت مساوی

$$F = A \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$= A(F/A, i, n)$$

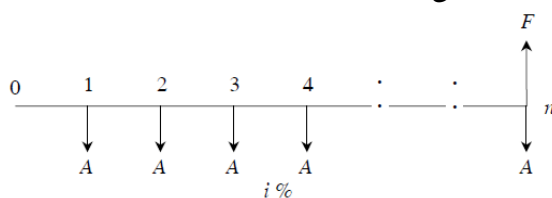
$$= 10000 \cdot (F/A, 20\%, 25)$$

$$= 10000 \times 741981 = 7419810 \text{ روپيه}$$

مجموع آتی پرداخت مساوی سالانه پس از ۲۵ سال برابر ۴۷۱۹۸۱۰ روپيه می باشد.

### ۳-۳-۴- ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

در این نوع سرمایه گذاری، هدف یافتن مقدار معادل ( $A$ ) است که بایستی در انتهای هر دوره برای  $n$  دوره برای حصول مجموع آتی ( $F$ ) در انتهای دوره  $n$  در نرخ بهره  $i$  سپرده گذاری شود. نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۶) نشان داده شده است.



شکل (۳-۶). نمودار جریان نقدی ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

در شکل (۳-۴)، مقدار سپرده‌گذاری شده در انتهای هر دوره،  $n$  تعداد دوره‌های بهره،  $i$  نرخ بهره و  $F$  مقدار آتی تکی در انتهای دوره  $n$  ام است. رابطه  $F$  بصورت زیر می‌باشد:

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F(A/F, i, n)$$

که در آن،  $(A/F, i, n)$  عامل ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی است.

**مثال ۳-۴-** یک شرکت بایستی امکانات حال خود را پس از ۱۵ سال به مبلغ ۵۰۰۰۰۰ روپیه جایگزین نماید. این شرکت برنامه‌ریزی برای سپرده‌گذاری مقدار مساوی در انتهای هر سال برای ۱۵ سال در نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد را خواهد داشت. مقدار معادل که بایستی در انتهای هر سال برای ۱۵ سال سپرده‌گذاری کند را بیابید.

**حل**

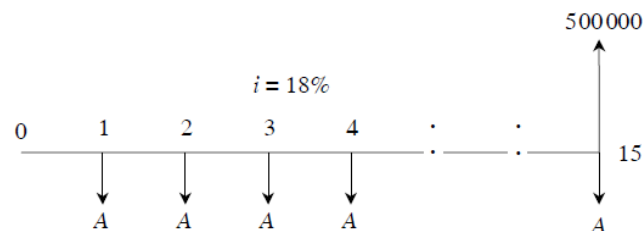
$$F = 500000 \text{ روپیه}$$

$$n = 15 \text{ سال}$$

$$i = 18\% \text{ درصد}$$

$$A = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۷) نشان داده شده است.



شکل (۳-۷). نمودار جریان نقدی ذخیره نابازگشتی سری پرداخت مساوی

$$A = F \frac{i}{(1+i)^n - 1} = F(A/F, i, n)$$

$$= 500000 (A/F, 18\%, 15)$$



$$= ۵۰۰۰۰ \times ۰/۰۱۶۴ = ۸۲۰۰ \text{ روپيه}$$

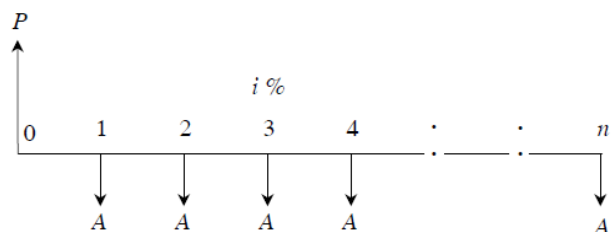
مقدار مساوی سالانه بایستی برای ۱۵ سال سپرده‌گذاری شود برابر ۸۲۰۰ روپيه می‌باشد.

### ۳-۵- مقدار ارزش حال سری پرداخت مساوی

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن ارزش حال پرداخت‌های مساوی در انتهای هر دوره برای  $n$  دوره در نرخ بهره مرکب  $i$  می‌باشد. نمودار نقدی در شکل (۳-۸) نشان داده شده است. در اینجا،  $P$  ارزش حال،  $A$  پرداخت معادل سالانه،  $i$  نرخ بهره و  $n$  تعداد دوره‌ها می‌باشد. رابطه محاسبه  $P$  بصورت زیر می‌باشد.

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A(P/A, i, n)$$

که در آن،  $(P/A, i, n)$  عامل ارزش حال سری پرداختی مساوی است.



شکل (۳-۸). نمودار جریان نقدی مقدار ارزش حال سری پرداخت مساوی

**مثال ۳-۵.** یک شرکت می‌خواهد ذخیره‌ای را ساماندهی کند که به شرکت برای داشتن مقدار معادل سالانه ۱۰۰۰۰۰۰ روپيه برای ۲۰ سال آینده کمک کند. این ذخیره فرض می‌شود نرخ بهره سالانه ۱۵ درصد داشته باشد. پرداخت تکی‌ای که بایستی اکنون بصورت مقدار ذخیره بوجود آید را بیابید.

**حل**

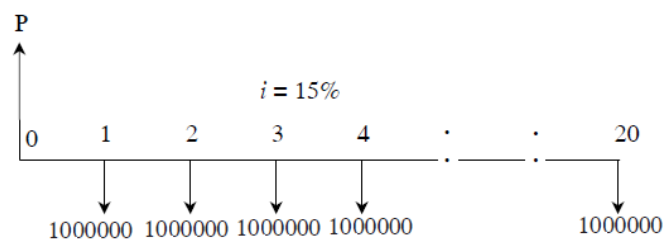
$$A = ۱۰۰۰۰۰۰ \text{ روپيه}$$

$$n = ۲۰ \text{ سال}$$

$$i = ۱۵ \text{ درصد}$$

$$P = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۹-۳) نشان داده شده است.



شکل (۹-۳). نمودار جریان نقدی مقدار ارزش جاری سری پرداختی مساوی

$$P = A \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} = A(P/A, i, n)$$

$$= 1000000(P/A, 15\%, 20)$$

$$= 1000000 \times 6/2593 = 6259300 \text{ روپيه}$$

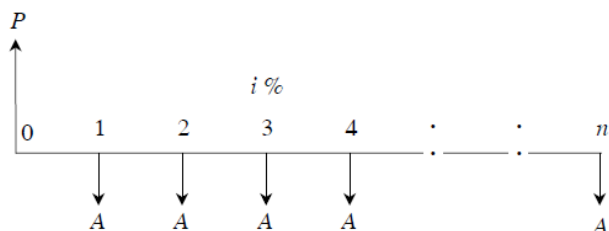
مقدار ذخیره‌ای که می‌بایست اکنون ساماندهی شود برابر ۶۲۵۹۳۰۰ می‌باشد.

### ۳-۳-۶- مقدار پوشش سرمایه سری پرداختی مساوی (عامل بازگشت سرمایه)

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن مقدار معادل سالانه‌ای (A) است که در انتهای هر دوره

برای n دوره برای وام (P) در نرخ بهره مرکب i برای آن تصویب شده است، بازیابی می‌شود (به

شکل ۱۰-۳ مراجعه نمایید).



شکل (۱۰-۳). نمودار جریان نقدی مقدار پوشش سرمایه سری پرداختی مساوی

در شکل (۸-۳) P ارزش حال (مقدار وام)، A پرداخت معادل سالانه (مقدار بازیابی)، i نرخ بهره و n

تعداد دوره‌ها می‌باشد. رابطه محاسبه P بصورت زیر می‌باشد.

$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(A/P, i, n)$$

که در آن،  $(A/P, i, n)$  عامل بازیابی سرمایه سری پرداخت مساوی است.

**مثال ۳-۶-** بانکی وامی برای خرید تجهیزاتی به ارزش ۱۰۰۰۰۰۰ روپیه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد به یک شرکت می‌دهند. این مقدار می‌بایست ۱۵ ساله بصورت قسطی بازپرداخت گردد. مقدار اقساطی که شرکت بایستی به بانک پرداخت کند چه میزان است.

**حل**

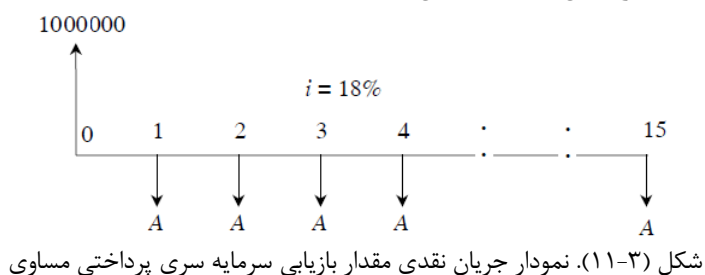
$$P = 1000000 \text{ روپیه}$$

$$n = 15 \text{ سال}$$

$$i = 18\% \text{ درصد}$$

$$A = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۱۱) نشان داده شده است.



$$A = P \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = P(A/P, i, n)$$

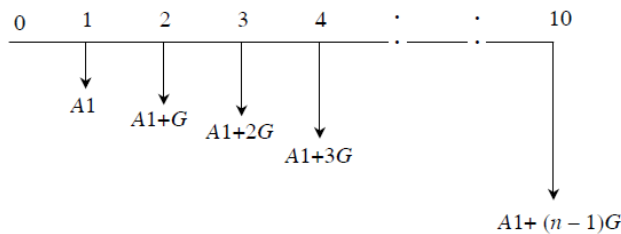
$$= 1000000 (A/P, 18\%, 15)$$

$$= 1000000 \times 0.1964 = 196400 \text{ روپیه}$$

قسط معادل سالانه که شرکت می‌بایست به بانک پرداخت کند برابر ۱۹۶۴۰۰ روپیه است.

### ۷-۳-۳- مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

هدف از این نوع سرمایه‌گذاری یافتن مقدار معادل سالانه یک سری با مقدار  $A_1$  در انتهای سال اول و با ضریب افزایشی ( $G$ ) در انتهای هر  $n-1$  سال با نرخ بهره مرکب سالانه  $i$  می‌باشد. نمودار جریان نقدی در شکل (۷-۳) نشان داده شده است.



شکل (۷-۳). نمودار جریان نقدی مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

رابطه محاسبه  $A$  بصورت زیر می‌باشد.

$$A = A_1 + G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i(1+i)^n - i}$$

$$= A_1 + G(A/G, i, n)$$

که در آن،  $(A/G, i, n)$  عامل سری گرادیان یکنواخت است.

**مثال ۷-۳-** فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی بیش از ۱۰ سال است. وی علاقه دارد ۲۰ درصد از حقوقش را سپرده‌گذاری کند که برابر ۴۰۰۰ روپیه در انتهای سال اول می‌شود. همچنین می‌خواهد مقدار افزایش سالانه ۵۰۰ روپیه‌ای را برای ۹ سال آینده با نرخ بهره ۱۵ درصد برای سپرده‌گذاری‌اش داشته باشد. مقدار کل در انتهای سال دهم سری بالا را بیابید.

**حل**

$$A_1 = 4000 \text{ روپیه}$$

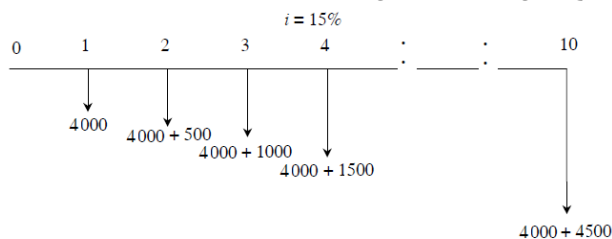
$$G = 500 \text{ روپیه}$$

$$n = 10 \text{ سال}$$

$i = 15\%$  درصد

$A$  و  $F$ ؟

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۱۳) نشان داده شده است.



شکل (۳-۱۳). نمودار جریان نقدی مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

$$\begin{aligned}
 A &= A_1 + G \frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{1}{i} \\
 &= A_1 + G(A/G, i, n) \\
 &= 4000 + 500(A/G, 15\%, 10) \\
 &= 4000 + 500 \times 3.832 = 5691/60 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

مقدار معادل پرداختی برابر ۵۶۹۱/۶۰ روپيه در انتهای هر سال برای ۱۰ سال آینده خواهد بود. مجموع ارزش آتی اصلاح این سری در انتهای سال دهم بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 F &= A(F/A, i, n) \\
 &= A(F/A, 15\%, 10) \\
 &= 5691/60 (2.0304) \\
 &= 115562/25 \text{ روپيه}
 \end{aligned}$$

در انتهای سال دهم، مقدار مرکب تمامی پرداختی‌هایش برابر ۱۱۵۵۶۲/۲۵ روپيه خواهد بود.

**مثال ۳-۸-** فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی بیش ۱۰ سال است. وی علاقه دارد ۸۵۰۰ روپيه را در انتهای سال اول سپرده‌گذاری کند. همچنین می‌خواهد مقدار کاهش سالانه ۵۰۰ روپيه‌ای را برای ۹ سال آینده با نرخ بهره ۱۵ درصد برای سپرده‌گذاری‌اش داشته باشد. مقدار کل در انتهای سال دهم سری بالا را بیابید.

## حل

$$A1 = 8500 \text{ روپيه}$$

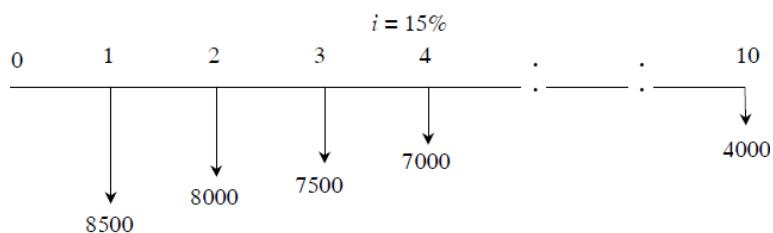
$$G = -500 \text{ روپيه}$$

$$n = 10 \text{ سال}$$

$$i = 15\% \text{ درصد}$$

$$A \text{ و } F = ?$$

نمودار جریان نقدی در شکل (۳-۱۴) نشان داده شده است.



شکل (۳-۱۴). نمودار جریان نقدی مقدار معادل سالانه سری گرادیان یکنواخت

$$A = A1 - G \frac{(1+i)^n - in - 1}{i(1+i)^n - i}$$

$$= A1 - G(A/G, i, n)$$

$$= 4000 - 500(A/G, 15\%, 10)$$

$$= 4000 - 500 \times 3/3832 = 6808/40 \text{ روپيه}$$

مقدار معادل پرداختی برابر  $6808/40$  روپيه در انتهای هر سال برای ۱۰ سال آینده خواهد بود. مجموع ارزش آتی اصلاح این سری در انتهای سال دهم بصورت زیر بدست می‌آید.

$$F = A(F/A, i, n)$$

$$= A(F/A, 15\%, 10)$$

$$= 6808/40 (2/304)$$

$$= 138237/75 \text{ روپيه}$$

در انتهای سال دهم، مقدار مرکب تمامی پرداختی‌هایش برابر  $138237/75$  روپيه خواهد بود.

### ۳-۳-۸- نرخ بهره مؤثر

فرض کنید  $i$  نرخ بهره اسمی مرکب سالانه باشد. اما در عمل، مرکب‌سازی ممکن است کمتر از یکسال اتفاق بیفتند. برای مثال، مرکب‌سازی ممکن است ماهانه، فصلی یا شش ماه باشد. مرکب‌سازی ماهانه به معنی آن است که بهره در انتهای هر ماه محاسبه می‌شود. ۱۲ دوره در هر سال وجود خواهد داشت اگر بهره بصورت مرکب‌سازی شود. در این شرایط، رابطه محاسبه نرخ بهره مؤثر که بصورت مرکب است، بصورت زیر خواهد بود.

$$R = (1 + i/C)^C - 1$$

نرخ بهره مؤثر

که در آن،  $i$  نرخ بهره اسمی و  $C$  تعداد دوره‌ها در سال می‌باشد.

**مثال ۳-۹-** فردی مجموع ۵۰۰۰ روپیه در بانکی با نرخ بهره اسمی ۱۲ درصد برای ۱۰ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. مرکب‌سازی بصورت فصلی است. مقدار سررسید سپرده پس از ۱۰ سال را بیابید.

#### حل

$$P = 5000 \text{ روپیه}$$

$$n = 10 \text{ سال}$$

$$i = 12 \text{ درصد (نرخ بهره اسمی)}$$

$$F = ?$$

روش اول

$$C = 4 \text{ تعداد دوره‌ها در هر سال}$$

$$N = 40 \text{ تعداد دوره‌ها در 10 سال}$$

$$N = 40 \text{ تعداد دوره‌های اصلاح شده (تعداد فصول)}$$

$$r = 3 \text{ درصد} = 12/4 \text{ درصد}$$

$$F = P(1+r)^N = 5000(1+0.03)^{40} = 16310.19 \text{ روپیه}$$

روش دوم

$$C = 4 \text{ تعداد دوره‌ها در هر سال}$$

$$R = (1 + i/C)^C - 1$$

$$= (1 + 12\%/4)^4 - 1 = 12.55\%$$

$$F = P(1+R)^n = 5000(1+0.1255)^{10} = 16308.91 \text{ روپیه}$$

### ۴-۳- مبنا برای مقایسه گزینه‌های مختلف

در بیشتر محیط‌های سرمایه‌گذاری، مدیران اجرایی بر انتخاب بهترین گزینه از مجموعه گزینه‌های رقیب تأکید دارند. فرض کنید که یک سازمان مجموع پول زیادی برای سرمایه‌گذاری بالقوه دارد و به نوع پروژه که هزینه اولیه و درآمد سالانه‌اش در طول عمرش مشخص است وجود دارد. مدیران اجرایی بایستی بهتر گزینه در بین این سه پروژه رقیب را انتخاب کنند. چندین مبنا برای مقایسه ارزشمندی پروژه‌ها وجود دارد. این مبناها به صورت زیر می‌باشد.

۱. روش ارزش حال

۲. روش ارزش آتی

۳. روش معادل سالانه

۴. روش نرخ بازده

این روش‌ها بصورت جزئی در فصول ۴-۷ بررسی می‌شود.

### پرسش‌ها

۱. ارزش زمانی پول را تعریف کنید.

۲. کاربرد عملی روابط نرخ بهره مختلف را انجام دهید.

۳. فردی مجموع ۱۰۰۰۰۰ روپیه را در بانک برای آموزش پسرش که برای دوره پیشرفته در ۶ سال بعد پذیرفته شده است سپرده‌گذاری می‌کند. بانک بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد را پرداخت می‌کند. مقدار آتی پول سپرده‌گذاری شده در زمان پذیرش پسرش در دوره پیشرفته چقدر خواهد بود.

۴. فردی مجموع ۲۰۰۰۰۰ روپیه برای ازدواج دخترش که ۱۵ سال بعد اتفاق خواهد افتاد نیاز دارد. مقدار پولی که بایستی اکنون در بانک با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد سپرده‌گذاری کند، چقدر است.

۵. فردی که تنها ۳۰ سال دارد برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. وی مقدار مجموع ۱۰۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال به مدت ۳۰ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد باشد، ارزش سررسید حسابش وقتی وی ۶۰ سالش است، چقدر خواهد بود.

۶. شرکتی در حال برنامه‌ریزی برای گسترش تجارتش پس از ۵ سال می‌باشد. مقدار مورد نیاز انتظاری پولش برای برنامه توسعه ۵۰۰۰۰۰۰۰ روپیه می‌باشد. شرکت می‌تواند



۵۰۰۰۰۰۰ روپیه در انتهای هر سال به مدت ۵ سال سرمایه‌گذاری کند. اگر نرخ بازده سرمایه‌گذاری مطمئن ۱۸ درصد برای شرکت باشد، بررسی کنید که آیا مجموع تجمعی حسابش کافی برای انجام برنامه توسعه است یا خیر. اگر نه، اختلاف مقداری برای اینکه شرکت مقدمات دیگری را فراهم کند، را بیابید.

۷. یک مؤسسه مالی یک برنامه برای پرداخت ۱۵۰۰۰۰۰ روپیه پس از ۱۰ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد را معرفی می‌کند. مقدار معادل سالانه سرمایه‌گذاری که فرد بایستی در انتهای هر سال به مدت ۱۰ سال برای دریافت ۱۵۰۰۰۰۰ پس از ۱۰ سال از مؤسسه، چقدر است.

۸. یک شرکت در حال برای توسعه تجارتش پس از ۵ سال برنامه‌ریزی می‌کند. پول مورد نیاز برای برنامه توسعه ۴۰۰۰۰۰۰۰ روپیه می‌باشد. مقدار معادل سالانه که بایستی شرکت در انتهای هر سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۵ درصد بدست آوردن این مقدار سپرده‌گذاری کند چه میزان است؟

۹. شرکتی می‌خواهد ذخیره را ساماندهی کند که به آن کمک می‌کند مقدار معادل ۱۵۰۰۰۰۰ روپیه برای ۲۰ سال آینده داشته باشد. این ذخیره فرض می‌شود با نرخ ۱۵ درصد سالانه رشد می‌کند. پرداخت تکی‌ای که بایستی بصورت مقدار ذخیره اکنون باشد را بیابید.

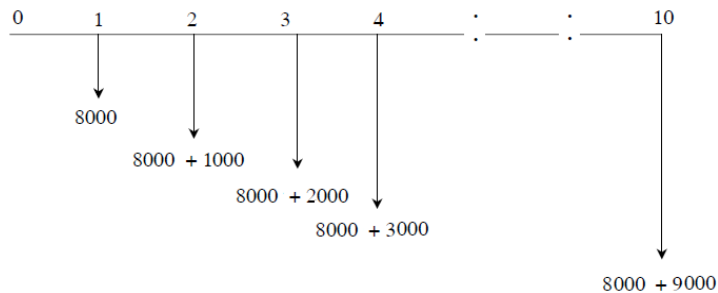
۱۰. یک شرکت خودروسازی اخیراً خودروهایش را برای پرداخت نقدی ۱۵۰۰۰۰ روپیه تبلیغ می‌کند. خودرو می‌تواند توسط مصرف‌کنندگان بدون هیچ پرداختی دریافت شود اما بایستی مقدار سالانه ۲۵۰۰۰ روپیه به مدت ۱۵ سال با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد پرداخت کنند. بهترین گزینه را برای مصرف‌کنندگان پیشنهاد کنید.

۱۱. شرکتی وامی به مبلغ ۲۰۰۰۰۰۰ برای نوین‌سازی بخش دیگ بخار اخذ نموده است. وام بایستی در ۲۰ قسط با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۲ درصد بازپرداخت شود. مقدار اقساطی که بایستی در طی ۲۰ سال پرداخت شود را بدست آورید.

۱۲. بانکی وامی به شرکتی که می‌خواهد تجهیزاتی به ارزش ۵۰۰۰۰۰ روپیه با نرخ بهره مرکب سالانه ۱۸ درصد خریداری کند، پرداخت می‌کند. این مقدار می‌بایست در ۲۵ قسط سالانه بازپرداخت شود. مقدار اقساطی که شرکتی می‌بایست به بانک پرداخت کند را بیابید.

۱۳. یک زن شاغل می‌خواهد برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی کند. خدمت وی ۲۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه است که ۵۰۰۰ روپیه می‌شود را در انتهای سال اول و مقدار ۱۰۰۰ روپیه افزایش سالانه را برای ۱۴ سال بعدش با نرخ بهره ۱۸ درصد سپرده‌گذاری کند. مقدار کل را در انتهای سال پانزدهم سری بالا را بدست آورید.

۱۴. به نمودار جریان نقدی زیر توجه کنید. مقدار کل در انتهای سال دهم با نرخ بهره مرکب سالانه چقدر می‌باشد.



۱۵. فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی ۱۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه‌اش که ۱۰۰۰۰ روپیه است را در انتهای سال اول سرمایه‌گذاری کند. همچنین مقدار افزایش سالانه ۲۰۰۰ روپیه برای ۹ سال آینده را با نرخ بهره ۲۰ درصد خواهد داشت. مقدار کل را در انتهای سال دهم سری بالا را بدست آورید.

۱۶. فردی برای دوران بازنشستگی‌اش برنامه‌ریزی می‌کند. خدمت وی ۱۰ سال می‌باشد. وی می‌خواهد ۲۰ درصد از حقوق سالانه‌اش که ۳۰۰۰۰ روپیه است را در انتهای سال اول سرمایه‌گذاری کند. همچنین مقدار افزایش سالانه ۲۰۰۰ روپیه برای ۹ سال آینده را با نرخ بهره ۲۰ درصد خواهد داشت. مقدار کل را در انتهای سال دهم سری بالا را بدست آورید.

۱۷. فردی مجموع ۵۰۰۰۰ روپیه در بانک با نرخ بهره مؤثر ۱۸ درصد برای ۱۵ سال سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر مرکب‌سازی بصورت ماهانه باشد، مقدار سررسید سپرده پس از ۱۵ سال را بیابید.